ОСОБЛИВОСТІ МОТИВАЦІЇ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Василь КУШНІР, Григорій КУШНІР, Наталя РОЖКОВА (Кіровоград)

У статті досліджується зв'язок мотивів навчання зі структурою навчальної діяльності.

В статье исследуется связь мотивов обучения со структурой учебной деятельности.

Ключові слова: діяльність, види і предмет діяльності, дії, операції, навчальна проблема, мотив, живі знання, свідоме навчання, інтегральний образ навчальної проблеми.

Метою статті є дослідження структури навчальної діяльності на прикладі навчальної проблеми – *розв'язування квадратних рівнянь* – та формування мотивів до навчальної діяльності у процесі розв'язування проблеми. Досить багато праць різних учених присвячено проблемам діяльності, її окремих видів та мотивів. Серед них можна виділити праці О.М.Леонтьєва, С.Л.Рубінштейна та ін.

Зокрема О.М.Леонтьєв писав: "Окремі конкретні види діяльності можна відрізняти між собою за якою завгодно ознакою. … Однак головним, що відрізняє одну діяльність від іншої, полягає у відмінності їх предметів. Адже саме предмет діяльності і надає їй певну спрямованість. … Предмет діяльності є її дійсним мотивом. … Він може бути як речовим, так і ідеальним, як можливий для сприймання, так і в уявленні, в думці. Головне, що за мотивом завжди стоїть потреба, що він завжди відповідає тій чи іншій потребі. … Основною складовою окремих людських діяльностей є дії, котрі й здійснюють ці діяльності. Дією ми називаємо процес, котрий підпорядкований уявленню про той результат, який повинен бути досягнутий, тобто процес підпорядкований свідомій цілі. Подібно до того як поняття мотиву зіставляється з поняттям діяльності, поняття цілі зіставляється з поняттям дії" [3, с.153].

Мотив виконує спонукальну функцію. Саме мотив спонукає суб'єкт учіння до розв'язування навчальної проблеми, тобто, до дій. "Дії, котрі здійснюють діяльність, спонукаються її мотивом, однак спрямовані на ціль", зазначає О.М.Леонтьєв. [3, с.154]. С.Л.Рубінштейн вважав, що систематична навчальна діяльність пов'язана з певним періодом життя суб'єкта учіння, коли він досяг певного рівня розвитку, коли йому стає доступним новий тип мотивації навчальної діяльності – установка на результат учіння, усвідомлення обов'язків учіння, здатність прийняти на себе завдання, зростання пізнавального інтересу, котрий забезпечується певним рівнем вже сформованих пізнавальних можливостей [4, с. 91].

Розв'язування навчальної проблеми (задачі) складається з послідовності дій. На думку О.М.Леонтьєва: "Людська діяльність не існує інакше, ніж у формі дії чи ланцюга дій" [2, с. 154]. Дія якісно виражає ту діяльність, у якій вона здійснюється, наприклад у навчальній діяльності повинні бути і навчальні дії.

Навчальна діяльність, так як і будь-яка інша, складається із ланцюга дій. Види навчальної діяльності відрізняються насамперед предметом діяльності. Предметом навчальної діяльності здебільше є навчальні ситуації, навчальні завдання у різних формах. Тоді мотив навчальної діяльності як спонукання суб'єкта діяльності до дій, визначається інтегральним образом проблемної навчальної ситуації: обсягом, змістом і системністю (складністю та системними зв'язками). Мотив пов'язаний з потребою. У суб'єктів викладання та учіння виникає потреба у розв'язуванні навчальної ситуації. Отже, мотив до навчальної діяльності буде визначатися обсягом, змістом і системними зв'язками між різними видами діяльності.

Навчальна діяльність має головну ціль. Щоб досягти її і виконується ланцюг дій суб'єктом діяльності. Кожна дія якісно перетворює предмет діяльності, точніше його знакову чи іншого вигляду модель у нову модель. Кінцевий стан предмету діяльності буде (згідно цілі) потрібний стан цього предмету у вигляді певної моделі. Загальна ціль розкладається в ієрархічну систему часткових цілей, досягнення яких здійснюється окремими діями. Таким чином, системі цілей, які породжені усвідомленою загальною метою, можна поставити у відповідність дії, кожна з котрих й забезпечить виконання певної часткової дії. Однак взаємно однозначної відповідності тут може й не бути. Наприклад, для досягнення певної часткової цілі можна виокремити цілий частковий ланцюжок дій. Однак у найпростішій моделі між частковими цілями й відповідними діями можна установити взаємно однозначну відповідність. Зазначимо, що *часткові цілі і відповідні дії їх досягнення визначаються навчальною діяльністю і є навчальними.* Отже дії, за допомогою яких здійснюється розв'язування конкретної навчальної ситуації повинні бути "навчальними" з позицій "навчальності" цієї навчальної ситуації.

Мету навчальної проблеми можна тлумачити, згідно А.Н.Леонтьєва, як усвідомлений образ розв'язку навчальної ситуації. У традиційному навчанні мета навчальної проблеми за звичай задається викладачем чи учителем "у готовому вигляді". У житті проблеми для свого розв'язання вимагають від суб'єкта діяльності створення системи цілей – процесу цілеутворення (наприклад, у вигляді ієрархії), як важливої складової діяльності. *Звідси випливає, що навчальні ситуації, навчальні завдання повинні якомога тісніше пов'язуватися з життям.. Життя є нескінченно можливою реальністю з різноманіттям різних видів діяльності. Отже навчальні ситуації, навчальні завдання повинні містити (охоплювати) якомога більше різних видів діяльностей,* що спонукатиме суб'єкт учіння до критичного аналізу у виборі способів розв'язування навчальної ситуації, творчості, інтеграції знань, здобутих різними способами. Мета навчальної проблеми не винаходиться довільно суб'єктом учіння чи викладання, вона випливає з об'єктивних обставин відповідної навчальної ситуації, з її змісту, структури, особливостей. Завданням суб'єкта викладання чи учіння надати загальній меті певного формального опису, наприклад у вигляді словесного висловлення, тобто сформулювати її. Потрібно зауважити, що конкретна навчальна ситуація моделюється вчителем чи викладачем, виходячи з конкретних цілей навчання, які передбачені навчальним планами, програмами, методичними рекомендаціями. Однак типові навчальні ситуації виокремлені педагогічною наукою, перевірені багаторічною практикою й тому мета типової навчальної ситуації для учасника педагогічного процесу випливає з неї самої.

Процес цілеутворення є складним творчим процесом, зокрема "методом спроб і помилок" покроковими апробаційними діями. Досягнення мети навчальної проблеми (розв'язування відповідної проблемної ситуації) здійснюється на основі послідовності виконання часткових цілей, кожна з яких досягається частковим ланцюжком дій чи однією дією. Перефразовуючи О.М.Леонтьєва, можна сказати, що будь яка мета навчальної проблеми досягається в певній конкретній об'єктивній стосовно навчальної проблеми ситуації. Отже кожна окрема дія у процесі розв'язування навчальної ситуації буде здійснюватися в певних умовах. Тому дія має ще й операційний аспект, яким способом виконати дію за певних умов. "Здійснення дії відповідає задачі; задача – це і є ціль, котра задана в певних умовах", – стверджує О.М.Леонтьєв [там само, с 156]. Тому навчальна ситуація для свого розв'язування повинна бути описана у вигляді задачі. Задача має предмет у початковому заданому стані (початкова модель задачі). Розв'язком задачі буде потрібний стан предмету задачі (модель предмету задачі, котра отримується у процесі розв'язування задачі). Процес розв'язування задачі є процесом послідовних перетворень її вихідної моделі аж до потрібної моделі. У процесі розв'язування задачі суб'єкт учіння повинен вибрати чи відшукати (створити) спосіб розв'язування. Кожне перетворення моделі задачі можна розглядати як дію суб'єкта навчальної діяльності (учіння). Ще раз: дія в розв'язуванні задачі (загалом навчальної проблеми) повинна визначатися "навчальністю" конкретної задачі чи у більш широкому тлумаченні – навчальної проблеми. Якщо дія стосовно конкретної навчальної проблеми не несе "навчального" навантаження, когнітивного навантаження, не відображає смислу проблеми навчання, а здійснюється суб'єктом учіння "як допоміжні перетворення", "механічно", "без особливих зусиль", то таку "дію" краще назвати "операцією". Оскільки дія відбувається за певних умов, то суб'єкт учіння повинен відшукати спосіб виконання дії за певних умов. Спосіб виконання дії може матеріалізуватися в алгоритм, котрий повністю визначає послідовність операцій, виконання якої і є здійсненням дії (щодо процесу розв'язування задачі, то дія є конкретним перетворенням моделі задачі). Отже дії здебільше стосуються (породжуються) мети навчальної ситуації, а операції – умовами її досягнення.

Для прикладу можна назвати навчальну задачу: розв'язати ірраціональне рівняння (загальна мета)

$$\sqrt{2x+5}-x=1. \quad (1)$$

Можна виділити такі часткові цілі:

1) позбавитися ірраціональності (знака радикалу) у рівнянні (1);

2) знайти корені отриманого квадратного рівняння;

3) визначити сторонні корені рівняння (1) та вилучити їх із розв'язку рівняння (1).

Наведені цілі відображають "навчальність" задачі. Відповідними діями будуть такі.

1. Перша дія складається з операцій:

1.1 додавання до обох частин рівняння (1) x

$$\sqrt{2x+5}=x+1; \quad (2)$$

1.2. піднесення лівої й правої частин рівняння (2) до квадрату

$$2x+5=(x+1)^2; \quad (3)$$

2. Друга дія складається з операцій:

2.1. Піднесення до квадрату правої частини рівняння (3);

$$2x+5=x^2+2x+1; \quad (4)$$

2.2. Зведення рівняння (4) до виду

$$x^2 = 4;$$

(5)

2.3. Розв'язування квадратного рівняння (5) і отримання коренів $x_1 = 2,\ x_2 = -2$.

3. Третя дія складається з операцій:

3.1. Підставимо перший корінь у рівняння (1) і здійснемо обчислення, отримаємо 1=1.

3.2. Підставимо другий корінь у рівняння (1), отримаємо 1=1.

Зауважимо, що друга часткова ціль і відповідно дія не володіють «навчальністю» задачі (розв'язати ірраціональне рівняння), не відображають її навчального смислу (знайти розв'язок ірраціонального рівняння). Тому цю дію можна було б об'єднати із першою дією чи третьою і вважати операцією. Однак ми її виділили в окрему дію з методичної доцільності. Що стосується першої й третьої дій, то вони виражають смисл навчальної діяльності у наведеній навчальній проблемі – розв'язування ірраціональних рівнянь. Перша дія несе те смислове навантаження, що потрібно ірраціональне рівняння (2), як вихідну модель предмету задачі, перетворити в наступну модель предмету задачі – квадратне рівняння. Третя дія виражає той смисл розв'язування ірраціонального рівняння (2), що при піднесенні до парного степеня рівняння (2) можуть з'явитися сторонні розв'язки і щоб їх вилучити потрібно здійснити перевірку розв'язків способом підстановки. Умовами виконання першої дії буде вид ірраціонального рівняння. Умовами виконання третьої дії будуть кількість коренів квадратного рівняння (4) та вид ірраціонального рівняння. Ці умови й визначають відповідні операції першої й третьої дій.

Для учасників навчального процесу увесь процес розв'язування навчальної проблеми через відповідним чином сформовану проблемну навчальну ситуацію можна зобразити так:

1. Усвідомлення суб'єктами учіння проблемної ситуації.

2. Формулювання задачі на основі конкретної проблемної ситуації.

3. Усвідомлення предмету задачі, його початкового і потрібного стану у вигляді знакових моделей.

4. Утворення системи часткових цілей (наприклад, у вигляді ієрархії) для здійснення процесу розв'язування задачі. Процес досягнення часткових цілей може бути описаний послідовністю приписів алгоритмічного типу (з приводу алгоритмічних приписів див. Ланда [1]).

5. Кожна часткова ціль здійснюється за допомогою певної дії, котра є складовою навчальної діяльності й котра якісно змінює модель задачі навчальної проблеми. Виділені дії підпорядковуються відповідним усвідомленим частковим цілям.

6. Кожна дія виконується в певних умовах. Для її здійснення в цих умовах створюється спосіб виконання дії, котрий в кінцевому випадку виражається через ланцюжок операцій, послідовне виконання яких (алгоритм) приведе до здійснення певного виду діяльності й досягнення відповідної часткової цілі. Кожна конкретна дія може мати багато способів її виконання й відповідно мати багато алгоритмів виконання у вигляді послідовності операцій (ланцюжка операцій). Зазначимо, що у визначеному алгоритмі операція визначається однозначно.

Якісний і кількісний склад дій у процесі розв'язування задачі, так само як і якісний та кількісний склад операцій в кожній дії можуть бути різними, що залежить зокрема й від переваг суб'єкта учіння, його знань, умінь, творчих можливостей та інших чинників. У частковому випадку кожна дія у процесі розв'язування задачі може мати тільки одну операцію.

Отже одиницями навчальної діяльності, котрі утворюють її макроструктуру, можна назвати такі: види діяльності, котрі визначаються мотивом-ціллю навчальної проблеми (зокрема задачі), дії – процеси, котрі підпорядковуються свідомим цілям суб'єкта учіння, операції – визначаються умовами досягнення конкретних цілей у розв'язувані проблеми навчання. Дії несуть смислове навантаження навчальної діяльності стосовно конкретної проблеми навчання й тому є смислоутворючими чинниками навчальної проблеми та процесу її розв'язування. Тоді як операції є смислеутворюючими чинниками стосовно способу здійснення конкретної дії за певних умов.

Дослідження навчальної проблеми з позицій діяльності вимагає аналізу внутрішніх системних зв'язків, насамперед загальної мети навчальної проблеми із системою часткових цілей і відповідних дій, із системою умов, в яких досягаються часткові цілі, та відповідними способами їх здійснення, котрі визначають відповідні ланцюжки операцій. У процесі розвитку-вирішення навчальної проблеми змінюється предмет навчальної проблеми (точніше розвивається його знакова модель), можуть з'являтися нові види діяльності і відповідно буде змінюватися система мотивів для суб'єкта розв'язування навчальної проблеми (суб'єкта оволодіння навчальною проблемою).

Мотив навчальної діяльності, згідно О.М.Леонтьєва, визначається предметом навчальної діяльності, а оскільки навчальна діяльність здійснюється через проблемну навчальну ситуацію, розв'язування котрої зводиться до задачі, то можна вважати, що мотив навчальної діяльності визначається предметом задачі, а у більш широкому тлумаченні – предметом навчальної проблеми. Можна розглядати інтегральний образ предмету навчальної проблеми, що характеризується обсягом, змістом і складністю системних зв'язків.

Згідно О.М.Леонтьєва предмети навчальної діяльності визначається різними видами діяльностей, котрі потрібно виконати для розв'язування навчальної проблеми. Якщо за предмет навчальної проблеми взяти її інтегральний образ, то мотив навчальної діяльності визначатиметься насамперед змістом, обсягом і системними зв'язками цього образу.

Для ілюстрації останнього абзацу розглянемо таку навчальну проблему *розв'язування квадратних рівнянь.* Створимо декілька інтегральних образів цієї проблеми.

І1. Розглядається квадратне рівняння виду

$$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0. \qquad (6)$$

Виводяться формули коренів квадратного рівняння (6)

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \qquad (7)$$

Досліджується знак дискримінанта рівняння (6)

$$D = b^2 - 4ac. \qquad (8)$$

Робиться висновок: при $D > 0$ корені рівняння (6) дійсні і різні, при $D = 0$ рівняння (6) має один двохкратний корінь, при $D < 0$ дійсних коренів рівняння (6) не має. Розглядається теорема Вієта, котра пов'язує відомими співвідношеннями корені квадратного рівняння (6) з його коефіцієнтами. Розв'язуються приклади квадратних рівнянь на всі три типи квадратних рівнянь, які визначаються знаком дискримінанта. Розв'язуються текстові задачі, що приводять до квадратних рівнянь.

Зауважимо, що теорема Вієта є властивістю квадратного рівняння, котра пов'язує відомими співвідношеннями корені квадратного рівняння з його коефіцієнтами.

Знання, котрі необхідні для розв'язування навчальної проблеми І1 – *розв'язування квадратних рівнянь*: визначення квадратного рівняння (рівняння виду (6)), спосіб виведення формул (7) (спосіб виділення в квадратному тричлені повного квадрату), поняття арифметичного кореня (невід'ємний корінь з невід'ємного числа), спосіб підстановки для перевірки розв'язків рівняння (6) (спосіб підстановки значень коренів у рівняння), теорема Вієта та її запис у вигляді формул, загальний підхід до розв'язування задач, що приводять до квадратних рівнянь (вивчити й усвідомити умову, визначити, що дано і що потрібно знайти, сконструювати певну опору – схему, таблицю, рисунок).

Уміння, які необхідні для розв'язування навчальної проблеми – *розв'язування квадратних рівнянь*: уміти визначати серед рівнянь квадратні рівняння, користуватися формулами (7) при розв'язуванні прикладів квадратних рівнянь, визначати знак дискримінанта, виконувати обчислення за формулами (7), здійснювати перевірку коренів рівняння способом підстановки (операції додавання, віднімання, множення, ділення, добування кореня квадратного), визначати у простих випадках корені зведеного квадратного рівняння за допомогою теореми Вієта, здійснювати аналіз текстовою задачі, визначати, що в текстовій задачі дано і що потрібно знайти, будувати опори при розв'язуванні текстових задач, складати рівняння-моделі текстової задачі та розв'язувати їх, транслювати отримані числові дані на умову задачі (чи задовольняють отримані результати умову задачі).

Потрібно зазначити, що теорема Вієта у навчальній ситуації І1 *не відіграє провідної ролі* у навчанні розв'язування квадратних рівнянь. Можна навчити розв'язувати квадратні рівняння і без неї.

Таким може бути в уявленні вчителя перший інтегральний образ І1 проблеми *розв'язування квадратних рівнянь.*

Розглянемо другий інтегральний образ навчальної проблеми – *розв'язування квадратних рівнянь.*

І2. Другий інтегральний образ навчальної проблеми буде складатися з І1 плюс І2.2 – *геометрична інтерпретація розв'язків квадратного рівняння та наближене відшукання розв'язків геометричним способом.*

Для цього будується парабола

$$y = ax^2 + bx + c. \qquad (9)$$

і абсциси точок її перетину з прямою OX ($y = 0$) й будуть розв'язками рівняння (6).

При цьому в залежності від знаку детермінанта (8) таких точок може бути дві (точки перетину, $D > 0$), одна (точка дотику, $D = 0$) жодної (спільних точок параболи й вісі абсцис не має, $D < 0$).

Для виконання навчальної цілі на основі інтегрального образу І2.2 потрібні такі знання.

Знати рівняння квадратичної функції (9), її графік (парабола), особливості параболи (вітки параболи вгору чи вниз, парабола має вершину). Знати як визначати координати вершини параболи (виділення повного квадрату). Мати уявлення про наближені числа (наближені значення коренів рівняння (6)). Знати як пов'язані точки перетину графіка функції (9) і вісі абсцис зі знаком дискримінанту (8).

Для виконання навчальної цілі на основі інтегрального образу І2.2 потрібні такі уміння.

Уміти: будувати точки на координатній площині за її координатами, уміти знаходити координати вершини параболи, уміти складати таблицю координат точок графіка функції (9) та бубувати ці точки на координатній осі, наближено визначати значення коренів рівняння (6) як абсциси точок перетину графіка функції (9) з віссю абсцис.

Розглянемо третій інтегральний образ І3 навчальної проблеми – *розв'язування квадратних рівнянь.*

І3. Третій інтегральний образ можна пов'язати із перевіркою коренів квадратного рівняння. Він складається з І3 плюс І3.2 – *перевірка коренів квадратного рівняння.* Традиційний спосіб перевірки коренів рівняння (9) – спосіб підстановки у рівняння (6). Якщо при цьому корені x_1, x_2 цілі числа, то утруднень при виконанні операцій не виникає. Однак дещо складніше якщо x_1, x_2 раціональні (звичайні або десяткові дроби). Ще складніші ситуації, якщо x_1, x_2 мають вигляд

$x_{1,2} = m \pm n\sqrt{u}$ де

$m, n, u \in Z, u > 0$ (цілі числа), або

$x_{1,2} = \dfrac{m \pm n\sqrt{u}}{p}$, де $p \in Z$.

Розглянемо випадки.

1. $D > 0 \rightarrow x_1, x_2$ два різні дійсні числа. Для перевірки коренів x_1, x_2 можна використати теорему Вієта. Стосовно рівняння (6) вона виражатиметься такими рівностями

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a};\ x_1 x_2 = \frac{c}{a}. \quad (10)$$

Якщо

$$x_1 = \frac{m + n\sqrt{u}}{p}, \text{ а } x_2 = \frac{m - n\sqrt{u}}{p}, \quad (11)$$

то

$$x_1 + x_2 = \frac{2m}{p};\ x_1 x_2 = \frac{m^2 - n^2 u}{p^2}.$$

Тоді, якщо

$$\frac{2m}{p} = -\frac{b}{a};\ \frac{m^2 - n^2 u}{p^2} = \frac{c}{a},$$

то корені рівняння (6) знайдено вірно.

Другий спосіб перевірки вірності коренів квадратного рівняння полягає в розвиненні квадратного тричлена на множники, а саме:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) \quad (12)$$

Якщо, наприклад, x_1, x_2 виражаються формулами (11), то підставивши в праву частину (12) вирази для x_1, x_2 із (11) і виконавши множення та зведення подібних членів, повинні отримати, що в правій частині (12) при x^2 буде число рівне a, при x рівне b, а вільний член правої частини (12) буде рівний числу c.

Знання, котрі необхідні для досягнення цілі навчання в ситуації І3.2. Знання теореми Вієта і її запису у вигляді формул (10), поняття про цілі, раціональні й ірраціональні числа й дії над ними, знання формули (12) – розкладу квадратного тричлена на множники.

Уміння, котрі необхідні для досягнення цілі навчання в ситуації І3.2. Уміння користуватися теоремою Вієта для перевірки розв'язків квадратного рівняння, уміння користуватися формулою (12).

Зауважимо, що в навчальній ситуації І3.2 теорема Вієта стає *базовою*, а не "другорядною" властивістю квадратного рівняння. Саме спираючись на неї можна здійснити перевірку розв'язків квадратного рівняння в навчальній ситуації І3.2. Те ж саме можна сказати й про розклад квадратного тричлена на множники (співвідношення (12)).

І4. Четвертий інтегральний образ навчальної проблеми – *розв'язування квадратних рівнянь* можна пов'язати із створенням квадратних рівнянь (6) з певними властивостями. Він буде складатися з І3 плюс І4.2 – конструювання квадратних рівнянь (6) з певними властивостями. Розкриваючи обсяг, зміст і системні зв'язки І4.2, можна висловити наступне.

Властивостями квадратного рівняння (1) можуть бути такі.

1. $D > 0 \to x_1, x_2$ два різні дійсні корені.

1.1. x_1, x_2 – цілі числа.

1.2. x_1, x_2 – раціональні числа.

1.3. x_1, x_2 – ірраціональні числа виду $x_{1,2} = m \pm n\sqrt{u}$, де $m, n, u \in Z, u > 0$ (цілі числа).

1.4. x_1, x_2 – ірраціональні числа виду

$$x_{1,2} = \frac{m \pm n\sqrt{u}}{p}, \text{ де } p \in Z.$$

Спочатку потрібно знайти спосіб конструювання квадратного рівняння з наведеними властивостями, наприклад

$$D > 0 \to x_1 \neq x_2,$$

$$x_1 = \frac{m + n\sqrt{u}}{p}, \quad x_2 = \frac{m - n\sqrt{u}}{p}.$$

13)

Перший спосіб конструювання рівняння (6) полягає у використанні теореми Вієта, яку для зведеного квадратного рівняння можна записати у вигляді

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0.$$

(14)

Тоді, виходячи з (13), рівняння (14) після простих перетворень набуде вигляду

$$x^2 - \frac{2m}{p}x + \frac{m^2 - n^2 u}{p^2} = 0.$$

(15)

Рівняння (14) є математичною моделлю конструювання квадратного рівняння з визначеними властивостями (13).

Приклад. Нехай

$$x_1 = \frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}, \quad x_2 = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{2}$$

(16)

Тоді, згідно (15), шукане квадратне рівняння буде мати вигляд

$$x^2 - 3x + \frac{1}{4} = 0.$$

Помножимо ліву й праву частину останнього рівняння на чотири, одержимо

$$4x^2 - 12x + 1 = 0.$$

(17)

Другий спосіб конструювання рівняння (6) полягає у використанні формули розкладу квадратного тричлена, яким є ліва частина квадратного рівняння (6), на множники. Тоді шукане квадратне рівняння з коренями (16) можна записати у вигляді

$$(x - \frac{3 - 2\sqrt{2}}{2})(x - \frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}) = 0,$$

котре після перетворень набуде вигляду (17).

Зауважимо, що перший спосіб ґрунтується на теоремі Вієта, яка стала базою для розв'язування навчальної проблеми І4.2. Другий ґрунтується на властивості розкладу квадратного тричлена з двома різними дійсними коренями на множники.

Знання, котрі необхідні для суб'єкта навчання в ситуації І4.2, можна назвати такі: формули коренів квадратного рівняння, теорема Вієта, математична модель (14), розклад квадратного тричлена на множники.

2. $D = 0 \to x_1 = \frac{-b}{2a}$ єдиний корінь квадратного рівняння (6).

Для конструювання квадратного рівняння з єдиним двохкратним коренем теорема Вієта вже не придатна. Математичною моделлю конструювання квадратного рівняння тоді може бути

$$(x - x_1)^2 = 0.$$

(18)

Якщо, наприклад, $x_1 = 2$, то шуканим квадратним рівнянням згідно (18) буде

$$(x - 2)^2 = 0.$$

Або після перетворень

$$x^2 + 4x + 4 = 0.$$

Новими знаннями у цьому випадку буде знання математичної моделі (18).

3. $D < 0$. Тоді дійсних коренів рівняння (6) не має. Способи конструювання квадратного рівняння знову ґрунтуються на теоремі Вієта та на розкладі квадратного тричлена на лінійні множники. Якщо $D < 0$, то

$$x_1 = m + ni, \; x_2 = m - ni, \; i^2 = -1.$$

Тоді згідно математичної моделі (14) шукане рівняння набуде вигляду

$$x^2 - 2mx + (m^2 + n^2) = 0.$$

(19)

Наприклад,

$x_1 = 1 + 2i,\ x_2 = 1 - 2i$. Тоді, згідно (19) шукане квадратне рівняння матиме вигляд

$$x^2 - 2x + 5 = 0.$$

Якщо учні не знають про уявну одиницю i, то для конструювання квадратного рівняння (6), яке не мало б дійсних коренів потрібно підібрати коефіцієнти a, b, c так, щоб виконувалася нерівність $D = b^2 - 4ac < 0$.

Наприклад, $a = 1,\ b = 3,\ c = 4$. Тоді $D = -7 < 0$ і дійсних коренів квадратне рівняння

$$x^2 + 3x + 4 = 0$$

не матиме.

Предмети навчальних проблем (навчальних ситуацій) І1, І2.2, І3.2, І4.2 різні. Значить будуть різні відповідні види діяльностей у розв'язуванні цих навчальних проблем, які в кінцевому підсумку характеризуються ланцюжками дій, а кожна дія – ланцюжками операцій. Серед дій є ті, котрі несуть смислове навантаження у розв'язуванні відповідної навчальної проблеми. З методичної доцільності можна у ланцюжок дій певного виду діяльності у розв'язуванні наведеної навчальної проблеми вводити і дії, що не несуть смислового навантаження щодо розв'язування навчальної ситуації. Однак, можна такі "не суттєві" дії вважати за операції однієї з сусідніх дій ланцюжка дій. Ланцюжок дій виражає смисл способу розв'язування навчальної проблеми загалом, смисл навчальної діяльності у розв'язуванні навчальної проблеми, предмет навчальної діяльності суб'єкта учіння в конкретній навчальній ситуації, а ланцюжки операцій в кожному виді діяльності виражають смисл способу реалізації відповідної дії, смисл умов, в яких відбувається визначена дія.

Головним інтегральним образом навчальної проблеми – *розв'язування квадратних рівнянь* – виступає образ І1. Інтегральні образи І2, І3, І4 є розширенням попередніх інтегральних образів. Суттєвим є те, що навчальна проблема в кожному новому інтегральному образі розглядається в нових аспектах, а розв'язування наведеної проблеми в яких вимагаює від суб'єктів учіння нових видів діяльності. Значить, змінюється предмет пізнання і, відповідно, змінюється мотив пізнання, адже змінюється "мотиваційна база" пізнання для суб'єкта учіння.

Який смисл навчальної діяльності суб'єкта учіння в розв'язуванні тієї чи іншої навчальної проблеми? Принцип свідомого навчання передбачає розуміння суб'єктом учіння чому, для чого потрібно вчитися. Звичайно учень чи студент розуміє, що навчатися потрібно для того, щоб стати особистістю, повноправним членом суспільства, бути корисним суспільству, виявляти власні природні задатки, здібності, талант. Однак такі мотиви для суб'єкта навчання є досить абстрактними, він розуміє їх, однак такі мотиви здебільше не є тими, котрі спонукають до навчальної діяльності. Дієвими мотивами до навчання можуть бути: отримання хороших оцінок, похвала батьків, реалізація власних ідей, інтерес до пізнання, зайняти відповідне становище серед товаришів тощо. Згідно поглядів О.М.Леонтьєва смисл навчальної діяльності для суб'єкта полягає у його ставленні до предмету учіння. Саме мотиви суб'єкта навчальної діяльності у розв'язуванні тієї чи іншої навчальної проблеми визначають смисл такої діяльності, визначають свідому навчальну діяльність учня чи студента, на чому наголошує О.М.Леотьєв. Отже, якщо знання, набуті учнем чи студентом, мають життєвий для них смисл, здобуті на основі їх життєвих мотивів, то саме такі мотиви, такий смисл і будуть визначати свідоме навчання. Саме такі знання у процесі їх здобуття викликають цілий спект людських емоцій, почуттів, переживань, стають для суб'єкта навчання живими знаннями, знаннями-переживаннями, а суб'єкт навчання не просто здобуває знання, він живе навчанням, "проживає" процес здобуття знань, на чому наголошують О.М.Леонтьєв, С.Л.Рубінштейн, С.Л.Франк, М.Полані. У супротивному знання здобуті учнем чи студентом будуть мертвими знаннями. Оволодіння знаннями, пізнання нового повинні стати для суб'єкта учіння частиною його реального життя, а не відбуватися тільки під впливом нав'язаних зовні умов. З цього приводу С.Л.Рубінштейн зазначав: "Основними мотивами свідомого учіння, пов'язаними з усвідомленням його задач, є природні устремління підготуватися до майбутньої діяльності і – оскільки учіння – це власне опосередкування, котре відбувається через оволодіння накопичених людством знань, – інтерес до знань" [5, с.80]. І далі продовжує: "Свідомість учіння … суттєво виявляється в мотивах учіння, у *ставленні* учня до учіння й того, чому він навчається. Для того щоб учень по справжньому включився в роботу, потрібно зробити поставлені в процесі навчальної діяльності задачі не тільки *зрозумілими*, а й внутрішньо *прийнятими* ним, тобто, щоб вони набули значимість для учня і щоб знайшли відгук і точку опори в переживаннях” [там само, с. 81].

Саме живі знання (у вище сказаному розумінні) формують і розвивають особистість, саме вони стають реальністю у житті людини. Одним із способів формування мотивів до свідомого навчання (формування живих знань) є розв’язування навчальної проблеми з різних поглядів, в різних аспектах, в різних видах навчальної діяльності. Такий підхід вимагає не тільки знань різних тем навчального предмету, а й знань різних навчальних предметів, знань, здобутих поза навчальним закладом та умінь їх застосовувати у розв’язуванні конкретної навчальної проблеми. У такий спосіб відбувається інтеграція знань, утворюються інтегративні знання, формуються компетенції, котрі необхідні будуть у житті особистості, відбувається розвиток особистості загалом.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. Ланда Л.Н. Алгоритмизация в обучении. – М.: Просвещение, 1966. – 524 с.
2. Леонтьев А.Н. Избранные психологические произведения: В 2-х т., Т. 1. – М.: Педагогика, 1983. – 392 с.
3. Леонтьев А.Н. Избранные психологические произведения: В 2-х т., Т. 2. – М.: Педагогика, 1983. – 328 с.
4. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии: В 2-х т., Т. 1. – М.: Педагогика, 1989. – 488 с.
5. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии: В 2-х т., Т. 2. – М.: Педагогика, 1989. – 328 с.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Кушнір Василь Андрійович – доктор педагогічних наук, професор кафедри педагогіки КДПУ ім. В.Винниченка.

Наукові інтереси: методологічні проблеми педагогіки.

Кушнір Григорій Андрійович – кандидат технічних наук, доцент кафедри ОТ ПМ КНТУ.

Наукові інтереси: системна організація навчального процесу.

Рожкова Наталя Григорівна – викладач кафедри іноземних мов КДПУ ім. В.Винниченка, пошукач кафедри педагогіки.

Наукові інтереси: формування особистості в навчальному процесі.